
ITI 1500

Hiver 2013

Systemes Numériques I

Cours

Lundi 11:30 - 13:00 SCS E217

Jeudi 13:00 - 14:30 SCS E217

TUTORIAL Mardi 8 :30-10:00 salle: LMX-221

Professeur : Dr A. Karmouch, Bureau: CBY-A508

Manuel du cours :

- **website:** <http://www.site.uottawa.ca/~karmouch/teaching/>
- user/ & Password: “elg1500”
- Le livre est **obligatoire** et disponible à la librairie de l’université d’Ottawa.
- **Titre:** Digital Design
- **Auteurs:** Morris Mano & Michael D. Ciletti
- **Edition:** 5ieme Edition
- **Editeur:** Pearson-Prentice Hall

Manuel laboratoire

- *ITI 1500 Manuel de laboratoire* version française (en ligne)
- Il y aura 6 travaux laboratoires
- **Date de début des laboratoires: sera communiquée ultérieurement**

Formation de groupes pour le laboratoire

- **Laboratoires:** Les horaires des laboratoires sont affichés sur le Site Web du cours
- La constitution de groupes sera effectuée dans le laboratoire du 18 Janvier 2013 (lab#0)
(salle CBY-B302)
- les étudiants qui ne sont pas présents le 13 janvier dans le laboratoire seront affectés aux groupes par le TA (aucun changement n'est possible par la suite)
- → maximum 2 étudiants par groupe

Pondération des notes

- Devoirs 10%
- Laboratoires 15%
- Exam. Mi-session 25%
- Exam. Final 50%

PLAN DU COURS

PRINCIPES FONDAMENTAUX DES SYSTEMES NUMERIQUES

- **Systemes de numération**

Notation par valeur de position – Représentation polynomiale

Systeme binaire – Systeme octal – système hexadécimal

Codes BCD (4,6,8 bits)

- **Les opérations arithmétiques binaires**

Addition – Soustraction – Multiplication – Division – Compléments

Nombres binaires signés – Arithmétique des nombres binaires signés

Arithmétique du complément à deux – Débordement

- **Les codes alphanumériques**

PLAN DU COURS

- **L'algèbre de Boole**

Fonction logique ET – Fonction Logique OU – Fonction logique NON

Les identités de Boole – Simplification des fonctions booléennes

- **Les portes logiques fondamentales**

Porte logique OU – porte logique ET – Porte logique NON

- **Les formes standards**

Somme des produits – Produit-des-sommes

- **Simplification par la méthode du diagramme de Karnaugh**

Minimisation du produit des sommes – Fonctions indéterminées

- **Autres portes logiques**

Porte logique NON ET (NAND) – Porte logique NON OU (NOR)

Porte logique OU exclusif (XOR) – Porte logique NON exclusif (NXOR)

PLAN DU COURS

- **Les formes standards**
Somme des produits – Produit-des-sommes
- **Simplification par la méthode du diagramme de Karnaugh**
Minimisation du produit des sommes – Fonctions indéterminées
- **Autres portes logiques**
Porte logique NON ET (NAND) – Porte logique NON OU (NOR)
Porte logique OU exclusif (XOR) – Porte logique NON exclusif (NXOR)
- **Conceptions des réseaux combinatoires**
Additionneur complet – Comparateur
- **Décodeur, encodeur et multiplexeur**
Décodeur – Encodeur – Multiplexeur – Démultiplexeur
- **Conception de réseaux séquentiels :**
Bascules S-R, J-K, D, T, registres, compteurs, diagramme d'états.
- **Révision Générale**

ITI 1500

Hiver 2012

Systemes Numériques I

Cours

Lundi, 16:00 - 17:30 CBYB-012

Mercredi, 14:30 - 16:00 CBYB-012

TUT Mardi 8 :30-10:00 salle : CBY-D103

Professeur : Dr A. Karmouch, Bureau: CBY-A508

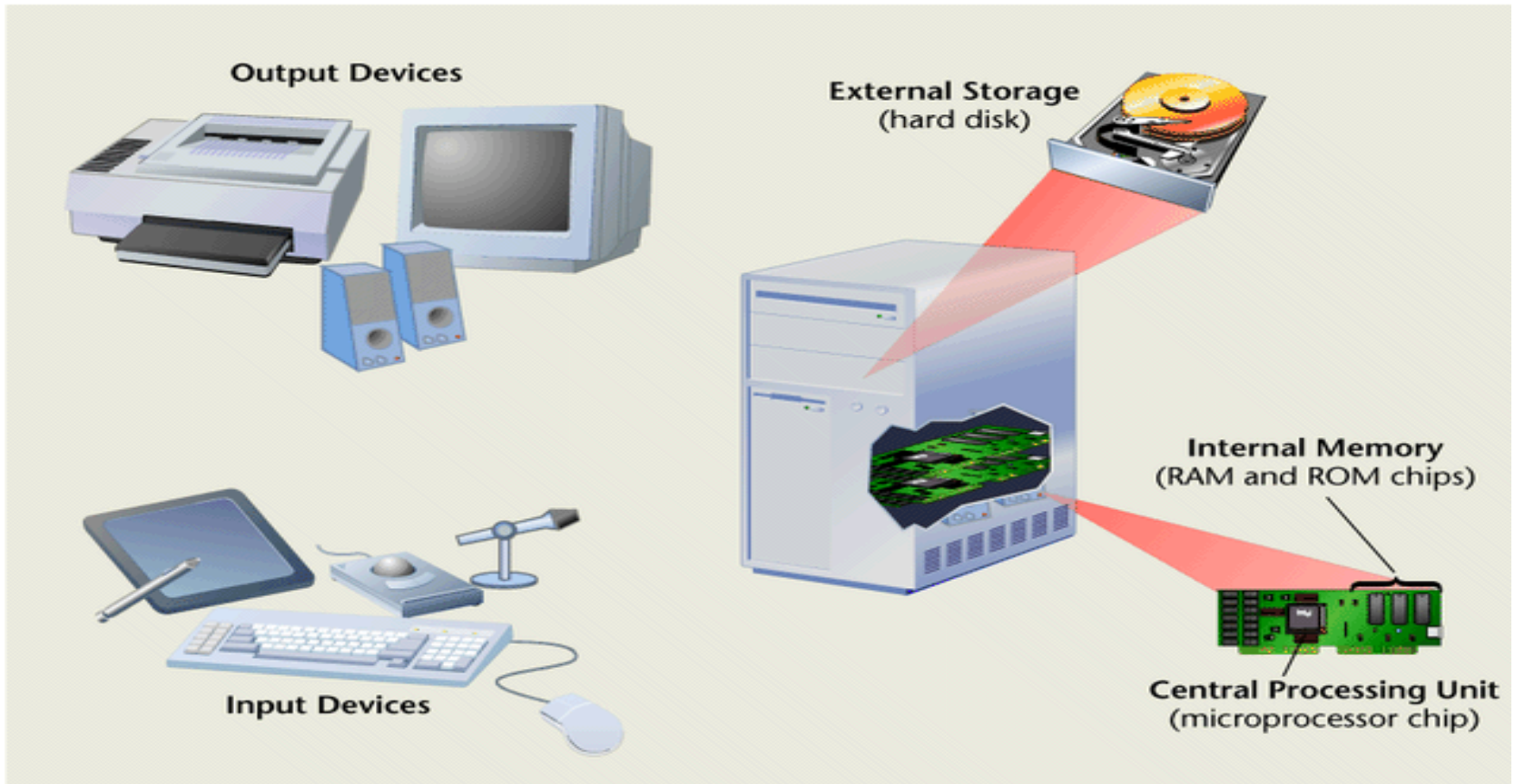
Chapitre 1

Le Système Binaire

“ Le Tout Numérique ”

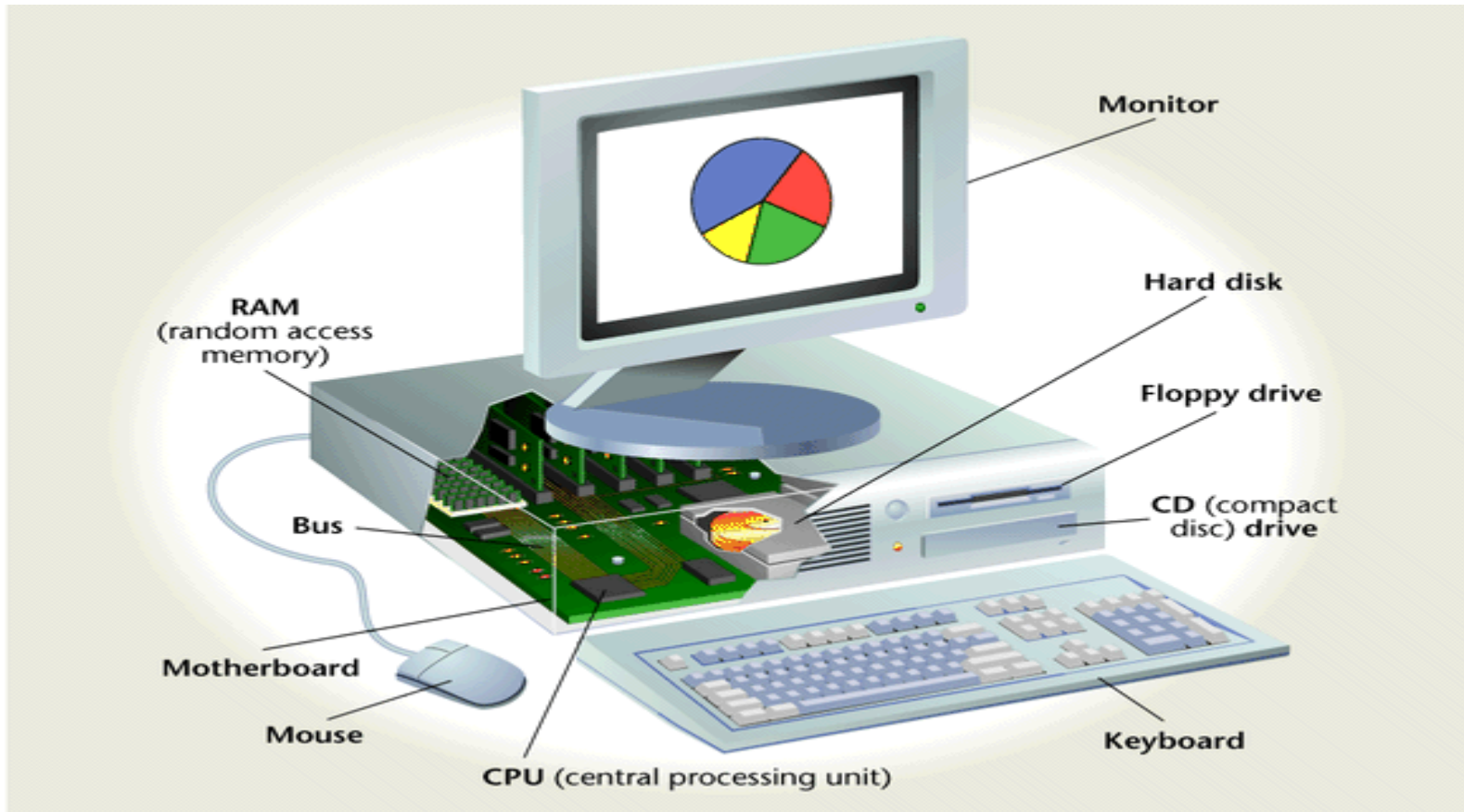


Composantes de base de l'ordinateur



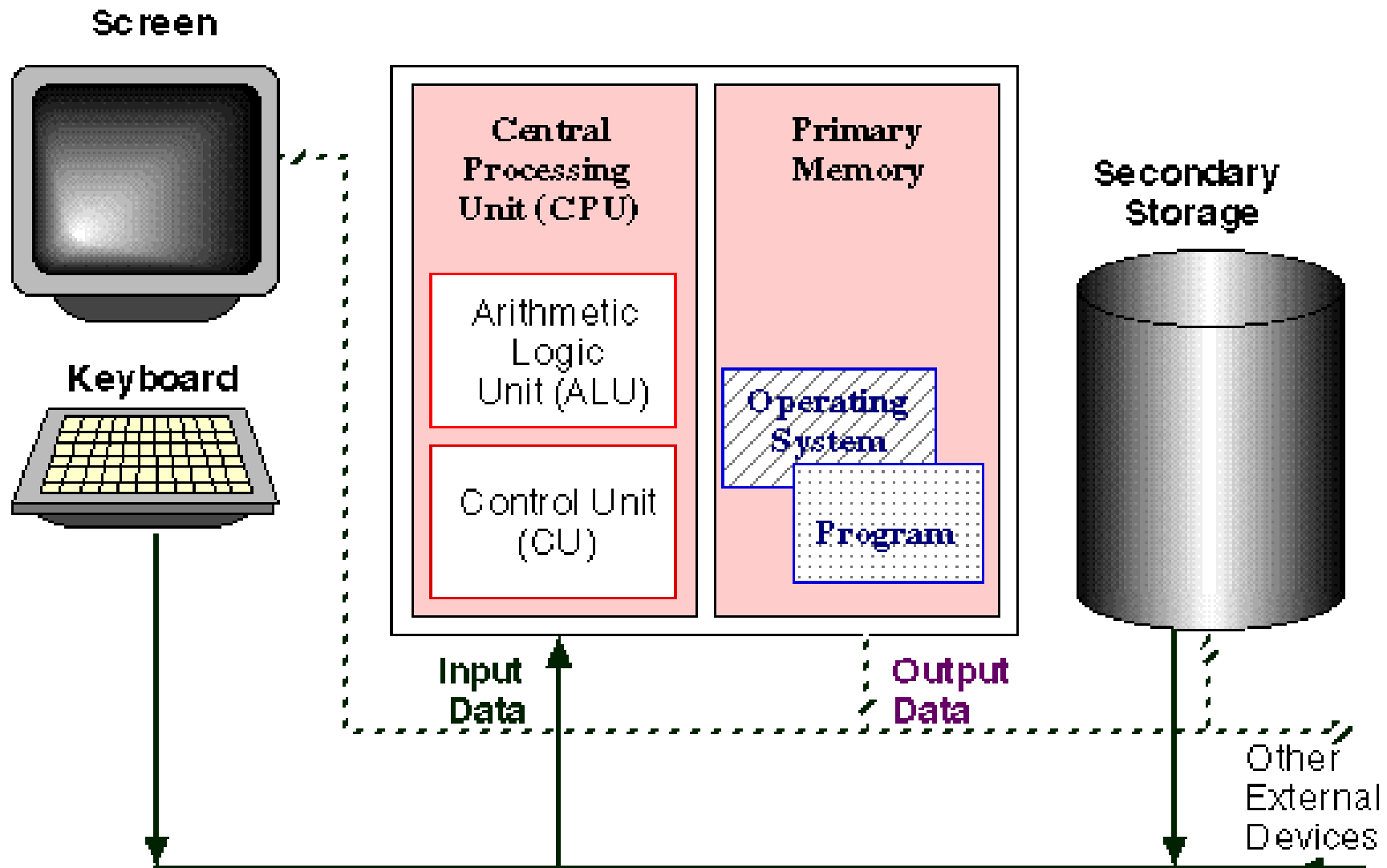
All computers have the same basic components.

Intérieur de l'ordinateur

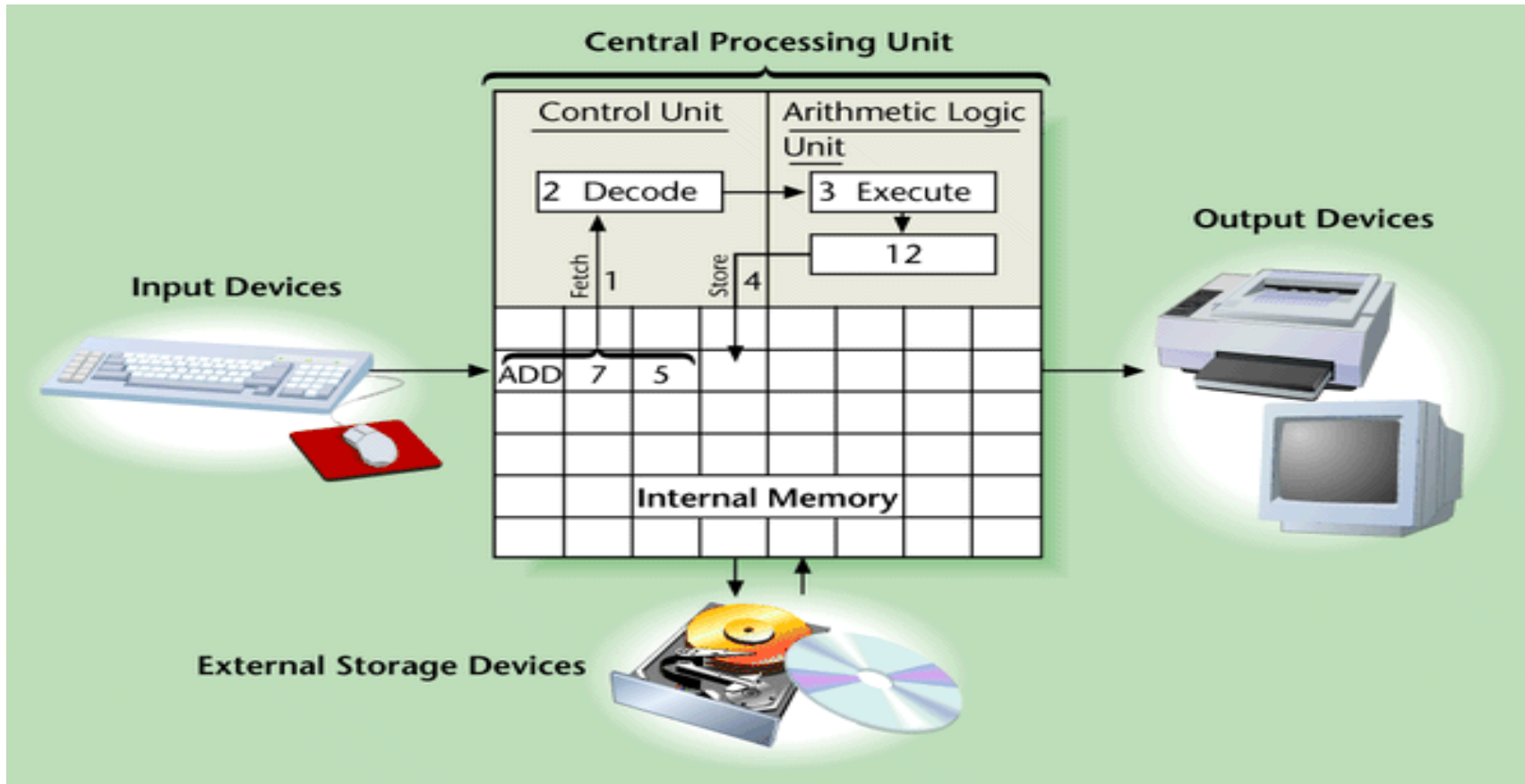


A look inside a computer

Block Diagram of a Digital Computer



Opérations Arithmétiques



What happens inside the CPU in one machine cycle executing the operation $7 + 5$

Différents Systèmes de Numération

- **Décimal (Arabe): (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9):**
Exemple: **452968**
- **Octal: (0,1,2,3,4,5,6,7):**
Exemple: **4073**
- **Hexadécimal (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F):**
Exemple: **2BF3**
- **Binaire: (0,1):**
Exemple: **1001110001011**

Différents Systèmes de Numération

- Quels types de données sont utilisées par les ordinateurs?
 - a l'intérieure très bas dans l'ordinateur, tout est des 0s et des 1s
- Que peut –t'on faire avec des 0s et des 1s?
 - Les opérations d'algèbre de Boole
 - Ces opérations sont utilisées pour réaliser des circuits logiques

Base dans les systèmes de numération

- Le système décimal de numération utilise la **base 10**. Les valeurs de position sont déterminées en utilisant les puissance de 10

1	6	2	.	3	7	5	Chiffre
10^2	10^1	10^0		10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	poids

1	6	2	.	3	7	5	chiffre
10^2	10^1	10^0		10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	poids

- Pourquoi Base 10 ?

→ car 10 chiffres: 0 a 9.

Base dans les systèmes de numération

- Le système binaire est appelée *binaire* car il utilise la **base 2**. Les valeurs de position sont déterminée en utilisant les puissances de 2.
- **Pourquoi Base 2 ?**
 - car 2 chiffres: **0 et 1.**

Représentation des Nombres

Il y a deux notations possibles pour représenter un nombre dans un système donné:

1- Notation Valeur de Position

2- Notation Polynomiale

Notation valeur de position

$$N = (a_{n-1}a_{n-2} \dots a_1a_0 . a_{-1}a_{-2} \dots a_{-m})_r$$

Ou

$.$ = point de la base

r = la base

n = nombre de chiffres de la partie entière

m = le nombre de chiffres de la partie fractionnaire

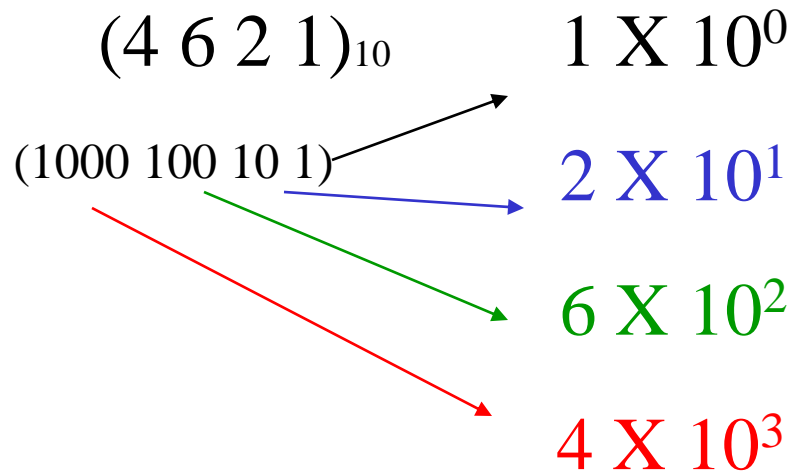
a_{n-1} = Le chiffre le plus significatif

a_{-m} = Le chiffre le moins significatif

Notation valeur de position

Systeme de Numeration Decimal

- Le systeme de numeration decimal est un nombre à **valeur de position**
- Exemple:



Notation valeur de position

Le système binaire

- Exemple de nombre binaires & les valeurs de positions.

$$\begin{array}{ccccccc} \underline{1} & \underline{0} & \underline{1} & \underline{0} & \underline{1} & \underline{0} & \underline{1} \\ 2^6 & 2^5 & 2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 1 & 0 & 1 & . & 0 & 1 & \text{Chiffre binaire, ou bits} \\ 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 & & 2^{-1} & 2^{-2} & \text{Poids (en base 2)} \end{array}$$

Binary Digit → BIT

Notation Polynomiale

$$N = a_{n-1} \times r^{n-1} + a_{n-2} \times r^{n-2} + \dots + a_0 \times r^0 + a_{-1} \times r^{-1} \dots + a_{-m} \times r^{-m}$$

$$= \sum_{i=-m}^{n-1} a_i r^i$$

Position (N)

Polynomiale (N)

$$N = (651.45)_{10} = 6 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 1 \times 10^0 \\ + 4 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2}$$

Nous allons étudier trois systèmes de numération

- Binaire
- Octal
- Hexadecimal

Le système binaire

Chiffre (bits) = {0, 1}

Position

Polynomiale

$$-(11010.11)_2 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + \\ 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2}$$

$$-1 \text{ K (kilo)} = 2^{10} = 1,024$$

$$-1 \text{ M (mega)} = 2^{20} = 1,048,576$$

$$-1 \text{ G (giga)} = 2^{30} = 1,073,741,824$$

Conversion décimal vers le binaire

$$N = (a_{n-1}a_{n-2} \dots a_1a_0 \bullet a_{-1}a_{-2} \dots a_{-m})_r$$

\longleftarrow entier \longrightarrow \longleftarrow Fractionnaire

Point
base

→ La *partie entière* et la *partie fractionnaire* sont converties de deux manières différentes

Conversion de la partie entière

- Continuer a diviser par 2 jusqu' à ce que le quotient est 0. Collecter ensuite les restes *dans l'ordre inverse*.
- Exemple: $(162)_{10}$.

162 / 2	= 81	reste 0
81 / 2	= 40	reste 1
40 / 2	= 20	reste 0
20 / 2	= 10	reste 0
10 / 2	= 5	reste 0
5 / 2	= 2	reste 1
2 / 2	= 1	reste 0
1 / 2	= 0	reste 1



- Alors $(162)_{10} = (10100010)_2$

Conversion de la partie Fractionnaire

→ Continuer à multiplier la partie fractionnaire par 2 jusqu'à obtenir zéro. Collecter les parties entières (dans ordre en avant).

– Cependant obtenir zéro peut ne pas se produire!

–Exemple: $(0.375)_{10}$

$$0.375 \times 2 = 0.750$$

$$0.750 \times 2 = 1.500$$

$$0.500 \times 2 = 1.000$$



• alors, $(.375)_{10} = (.011)_2$

et $(162.375)_{10} = (10100010.011)_2$

Comprendre la méthode de conversion

- Cette méthode peut être utilisée pour convertir un nombre décimal vers tout autre système
- Par exemple 162.375 a convertir du décimal vers décimal: **Pour la partie entière on a**

$$\begin{array}{rcl} 162 / 10 & = & 16 \quad \text{reste } 2 \\ 16 / 10 & = & 1 \quad \text{reste } 6 \\ 1 / 10 & = & 0 \quad \text{reste } 1 \end{array}$$

- Chaque division va “enlever” le chiffre le plus a droite (le reste) du nombre. Le quotient représente les chiffres restants dans le nombre.

Comprendre la méthode de conversion

Pour la partie Fractionnaire

$$0.375 \times 10 = 3.750$$

$$0.750 \times 10 = 7.500$$

$$0.500 \times 10 = 5.000$$

- Chaque multiplication va “enlever” le chiffre le plus à gauche (la partie entière) du nombre. La fraction représente les chiffres restant

Conversion binaire vers décimal

- Pour convertir les nombres binaire, ou base 2 vers décimal, on obtient d'abord la notation polynomiale du nombre, ensuite on fait la somme de tous les produits du polynomiale
 - Exemple: $(1101.01)_2$

1	1	0	1	.	0	1	Chiffres binaire ou bits
2^3	2^2	2^1	2^0		2^{-1}	2^{-2}	Poids (en base 10)

- La valeur décimale est:

$$(1 \times 2^3) + (1 \times 2^2) + (0 \times 2^1) + (1 \times 2^0) + (0 \times 2^{-1}) + (1 \times 2^{-2}) = 8 + 4 + 0 + 1 + 0 + 0.25 = (13.25)_{10}$$

Le système binaire est difficile à manipuler

01010100000111100000011110000000111110
00000011101001010101000001110001010101
0101010101010101010101010101010101010
101010101010101010101010101010101010

C'est pourquoi on a développée les systèmes
Octal et Hexadécimal

le système Octal

–chiffres = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}

Position

Polynomiale

$$-(127.4)_8 = 1 \times 8^2 + 2 \times 8^1 + 7 \times 8^0 + 4 \times 8^{-1}$$

- Octal (base 8) comprend des chiffres entre 0 a 7. Puisque $8 = 2^3$, un chiffre octal nécessite 3 positions binaires.

Conversion Décimal vers Octal

→ **Partie entière:** diviser par 8 jusqu'à ce que quotient est 0. Collecter les restes *dans l'ordre inverse.*

→ **Partie Fractionnaire:** continuer à multiplier la partie fractionnaire par 8 jusqu'à obtenir zéro. Collecter les parties entière (dans l'ordre en avant).

Même chose que pour la conversion binaire

Conversion octal vers décimal

- Pour convertir le nombre octal, ou base 8 vers décimal, on obtient d'abord la **notation polynomiale** du nombre, ensuite on fait la somme de tous les produits.

Exemple

$$(127.4)_8 = 1 \times 8^2 + 2 \times 8^1 + 7 \times 8^0 + 4 \times 8^{-1} = (87.5)_{10}$$

Conversion Binaire vers Octal

- pour convertir le binaire vers l'octal, former des groupes de **3 bits** à partir du point binaire. Ajouter des zéros à chaque bout si nécessaire. Ensuite convertir chaque groupe de bits en son équivalent octal.

- Exemple

$$\begin{aligned} (10110100.001011)_2 &= (010\ 110\ 100 \ . \ 001\ 011 \)_2 \\ &= (2\ 6\ 4 \ . \ 1\ 3 \)_8 \end{aligned}$$

Conversion Octal vers binaire

- Pour convertir un nombre octal vers le binaire on remplace chaque chiffre octal par son équivalent de séquence de 3-bit binaires.

- Exemple

$$\begin{aligned} 261.35_8 &= (2 \quad 6 \quad 1 \quad . \quad 3 \quad 5)_8 \\ &= (010 \quad 110 \quad 001 \quad . \quad 011 \quad 101)_2 \end{aligned}$$

Systeme Hexadécimal

- **chiffres** = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F}

Position

Polynomiale

- $(\mathbf{B65F})_{16} = 11 \times 16^3 + 6 \times 16^2 + 5 \times 16^1 + 15 \times 16^0$

- *Hexadécimal* (base 16) chiffres sont 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F. puisque $16 = 2^4$, un chiffre hexa est équivalent a 4 position binaires.
- **Il est plus simple de travailler avec des nombres comme B5 au lieu de 10110101.**

Conversion décimal vers Hexadécimal

→ **Partie entière:** diviser by 16 jusqu'a ce que quotient est 0. Collecter les restes *dans l'ordre inverse*.

→ **Partie Fractionnaire:** continuer a multiplier la partie fractionnaire par 16 jusqu'a obtenir zéro. Collecter les parties entière (dans ordre en avant).

Même principe que pour la conversion binaire

Conversion Hexadécimal vers Décimal

- Pour convertir les nombres hexa, ou base 16 vers décimal, on obtient d'abord la notation polynomiale du nombre, ensuite fait la somme de tous les produits

$$(\mathbf{B65F})_{16} = 11 \times 16^3 + 6 \times 16^2 + 5 \times 16^1 + 15 \times 16^0 = (46,687)_{10}$$

Conversion hexa vers le binaire

- Pour convertir un nombre hexa vers le binaire on remplace chaque chiffre hexa par son équivalent de séquence binaire de 4-bits.
- Exemple

$$\begin{aligned} 261.35_{16} &= (\text{2} \quad \text{6} \quad \text{1} \quad . \quad \text{3} \quad \text{5})_{16} \\ &= (\text{0010} \quad \text{0110} \quad \text{0001} \quad . \quad \text{0011} \quad \text{0101})_2 \end{aligned}$$

Conversion Binaire vers Hexadécimal

- Pour convertir le binaire vers hexa, former des groupes de 4 bits à partir du point binaire. Ajouter des zéros à chaque bout si nécessaire. Ensuite convertir chaque groupe de bits en son équivalent hexa.

- Exemple

$$\begin{aligned} 10110100.001011_2 &= (1011 \ 0100 \ . \ 0010 \ 1100)_2 \\ &= (B \ 4 \ . \ 2 \ C)_{16} \end{aligned}$$

<u>Decimal</u>	<u>Binary</u>	<u>Octal</u>	<u>Hex</u>
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Les opérations Arithmétiques Binaires

Addition Binaire

	0	0	1	1
	+0	+ 1	+0	+1
Somme	0	1	1	10
	—			

(somme de 0 et retenue de 1)

- Exemples:

1 0 0 1	0 0 0 1	1 1 0 0
+ 0 1 1 0	+ 1 0 0 1	+ 0 1 0 1
1 1 1 1	1 0 1 0	1 0 0 0 1

Exemple d'Addition Binaire

Vérifier vos résultats

Retenue

1 1 1 1 0 1



1 0 1 1 0 1

+ 0 1 1 1 0 1



Somme

1 0 0 1 0 1 0

$(45)_{10}$

+ $(29)_{10}$

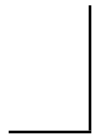
= 74

$$1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\ = 32 + 0 + 8 + 4 + 1 = 45$$

Addition de grand nombres binaires

- *Exemple* de grand nombres binaires:

$$\begin{array}{r} 1010001110110001 \\ + 0111010000011001 \\ \hline 10001011111001010 \end{array}$$



Soustraction Binaire

	$\begin{array}{r} 0 \\ - 0 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0 \\ - 1 \\ \hline 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ - 0 \\ \hline 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ - 1 \\ \hline 0 \end{array}$
difference	$\overline{\overline{0}}$	$\overline{\overline{1}}$	$\overline{\overline{1}}$	$\overline{\overline{0}}$
		11		
	(Diff. de 1 RETENUE DE 1)			

$$\begin{array}{r} 0 \quad 10100 \\ - \quad 101011 \\ \hline 0 \quad 010101 \\ \hline 0 \quad 010110 \end{array}$$

Multiplication binaire

	0	0	1	1
	x 0	x 1	x 0	x 1
	--	--	--	--
Produit	0	0	0	1

A 0 010000.010
x B 0 001000.010

0000000000
 0010000010
 0000000000
 0000000000
 0000000000
 0000000000
 0010000010

1000110.000100

Division Binaire

$$\begin{array}{r}
 0 \\
 \div 1 \\
 \hline
 = 0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1 \\
 \div 1 \\
 \hline
 = 1
 \end{array}$$

Dividende

10000 010

1000 010

01000 0000

1000010

1000 010 Diviseur

1.1.. Quotient

Addition de trois chiffres binaires

x	y	retenue avant	Somme	Retenue après
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Compléments dans les systèmes de numération

- Compléments sont utilisés dans les ordinateurs pour simplifier l'opération de soustraction et les manipulations logiques.
- Il y a deux types de compléments pour chaque **base** « **r** » d'un système:

- *complément à la base « r »*

Ex. Complément à la base 10

Complément à base 2

- *complément à la base moins un $\rightarrow (r-1)$*

Ex. base 10 $\rightarrow 9$

Base 2 $\rightarrow 1$

Complément à la base

$$[N]_r = r^n - (N)_r$$

n est le nombre de chiffre dans $(N)_r$

Exemple

- le complément a 2 de $(N)_2 = (101001)_2$

Donne :

$$[N]_2 = 2^6 - (101001)_2 = (1000000)_2 - (101001)_2 = (010111)_2$$

- Complément 10 de $(N)_{10} = (72092)_{10}$

$$\text{Donne: } [N]_{10} = (100000)_{10} - (72092)_{10} = (27908)_{10}.$$

Complément à 2

. Peut être obtenu directement à partir du nombre comme suit:

1- copier chaque bit du nombre à partir du bit le plus à droite (le bit le moins significatif) vers le bit le plus à gauche (le bit plus significatif) jusqu' à ce que le premier 1 est copié.

2- après que le premier 1 est copie remplacer chaque bit restant par un 1 si le bit est 0 ou par 0 si le bit est 1.

$$(a) [1010100]_2 = 2^7 - (1010100)_2 = (10000000)_2 - (1010100)_2 = (0101100)_2$$

$$(b) [101001]_2 = 2^6 - (101001)_2 = (1000000)_2 - (101001)_2 = (010111)_2$$

(a) **1 0 1 0 1 0 0** (b) **1 0 1 0 0 1**

2 's → **0 1 0 1 1 0 0** **0 1 0 1 1 1**

Complément à la base moins un

$$[N]_{r-1} = (r^n - 1)_r - (N)_r$$

- complement 9 de $[546700]_9 = 999999 - 546700 = 453299$
- complement à 1 de $[1011000]_2$
 $= (1000000 - 1)_2 - (1011000)_2 = (0100111)_2$

Complément à 1

- peut être obtenu directement à partir du nombre en remplaçant chaque 0 par un 1 et chaque 1 par un 0.

$$\begin{aligned} [1011000] &= (10000000 - 1)_2 - (1011000)_2 \\ &= (0100111)_2 \end{aligned}$$

1 0 1 1 0 0 0

complément à 1 → **0 1 0 0 1 1 1**

Soustraction avec le complément à 2

- le complément à 2 est utilisé pour réduire la soustraction à une addition.

$$A - B = A + (-B)$$

(ajouter le complément à 2 de B à A)

- Complément 2 a les propriétés suivantes pour le signe « - »

$$A + (-A) = 0$$

$$A + 2's\{A\} = 0$$

$$-(-A) = A$$

$$10's\{10's\{A\}\} = A$$

$$A - B = A + (-B)$$

$$A - B = A + 2's\{B\}$$

Soustraction avec le complément à 2

Exemples:

A= 1010100

B= 1000011

- complément à 2

$$A - B = A + [B] = (1010100) + (0111101) = (0010001)$$

$$\begin{array}{r} 1010100 \\ + 0111101 \\ \hline \times 0010001 \end{array}$$

*Ne pas tenir
compte de la
retenue*

Soustraction avec Complément à 1

Exemples:

$$A = 1010100$$

$$B = 1000011$$

- complément à 1

$$A - B = A + [B] = (1010100) + (0111100) = (0010001)$$

$$\begin{array}{r} 1010100 \\ + 0111100 \\ \hline 1 \ 0010000 \\ \begin{array}{l} \text{Retenue} \\ \text{A ajouter} \end{array} \begin{array}{l} \downarrow \\ \rightarrow + 1 \end{array} \\ \hline 0010001 \end{array}$$

Soustraction avec Complements 10& 9

$$(72)_{10} - (32)_{10} = (40)_{10}$$

Complement 10

$$[32] = 10^2 - (32)_{10} = (68)_{10}$$

$$(72)_{10} + (68)_{10} = \cancel{1} (40)_{10}$$

Complement 9

$$[32] = (10^2 - 1) - (32)_{10} = (67)_{10}$$

$$(72)_{10} + (67)_{10} = (1 + 39)_{10} = (40)_{10}$$

Les nombres Binaires Signés

- **rappel:** les systèmes numériques sont construits avec des composants à deux états: 0 et 1.

- **Les seuls états sont “1” et “0”. Il n’y a pas d’état correspondant à “-” (signe moins)**

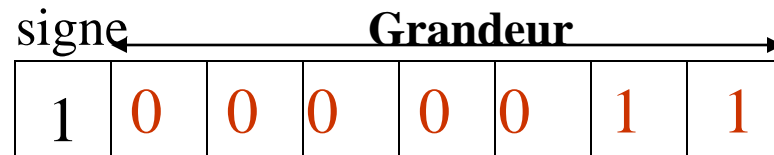
→ à cause des limitations « matériel » l’ordinateur utilise le bit le plus à gauche du nombre pour représenter le signe:

- “0” indique un nombre positif,

- alors que un “1” indique un nombre négatif

Représentation Signe Grandeur

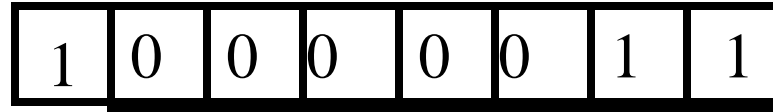
→ En utilisant 8 bits pour représenter un nombre binaire:



$$-3 = 10000011 = 1/ (\text{ bit signe}) 0000011$$

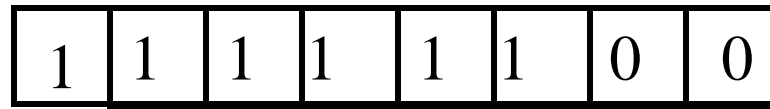
Représentation complément signés

(a) *Représentation Signe Grandeur*



$$-3 = 10000011 = 1/(\text{signe bit}) 0000011$$

(b) *Représentation complément à 1 signé*



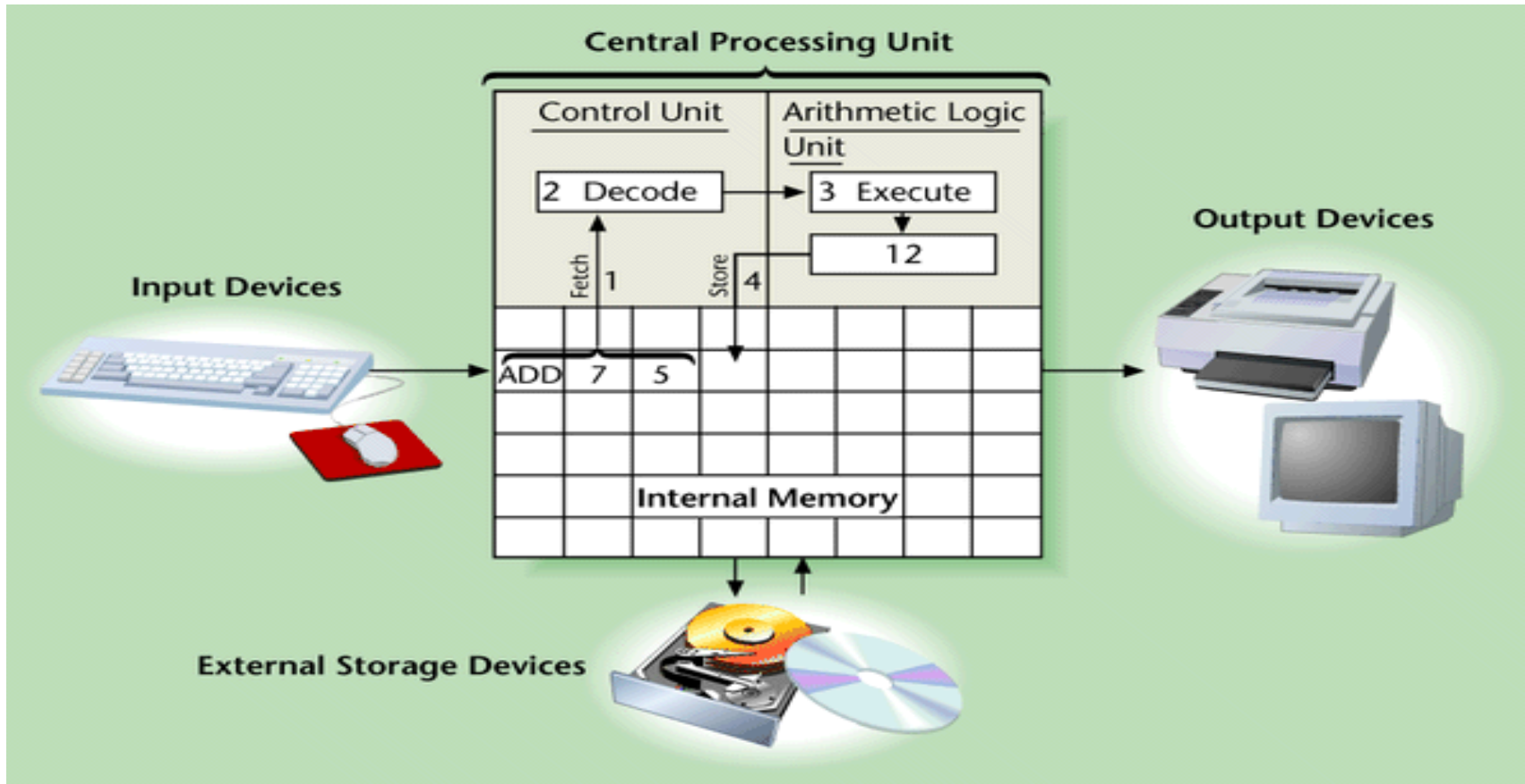
$$-3 = 10000011 = 1/(\text{signe bit}) 1111100$$

(c) *Représentation complément à 2 signé*



$$-3 = 10000011 = 1/(\text{signe bit}) 1111101$$

Opérations Arithmétiques



What happens inside the CPU in one machine cycle executing the operation $7 + 5$

Registres de Longueur Fixe

- Les ordinateurs ont des registres de longueur fixe
- Cela veut dire que les nombres sont représentés sur des **un nombre fixe de bits** :
 - Les premier microprocessors avait **4-bits**
 - Intel 8080 et 6502 (Apple II) chips était de **8-bits**
 - Intel 8088 (IBM PC) et Motorola 68000 (Mac) sont **16-bits**
 - Pentium chips et PowerPC chips sont **32-bits**

Débordement durant opération d'addition

- le registre de longueur fixes peut représenter des nombres de certain grandeur seulement
 - Pour le registre à **4-bits** la grandeur des entiers positifs est **de 0 - 15**
 - Pour le registre à **8-bits** la grandeur des entiers positifs est de **0 – 255**
 - Lors de l'addition de nombre positifs, *le débordement se produit quand* la somme des deux nombres se situe à l'extérieur de la grandeur du registre

Débordement - Compléments Signés

- Lors que les nombres sont représentés en compléments signés une retenue de « 1 » qui se dégage de l'addition des deux bits les plus significatifs **N'EST PAS** un indicateur de débordement. Ex

$$\begin{array}{r} 3 \quad 00011 \\ + (-3) \quad +\underline{11101} \\ \hline = 0 \quad = 00000, \text{ retenue de "1" (complément a 2)} \end{array}$$

Débordement - Compléments Signés

- Pour nombres compléments signés le débordement se produit lorsque

→ *L'addition de deux nombre positives donne un nombre négatif*

OU → *L'addition de deux nombre négatifs donne un nombre positif*

Exemples de débordement

- registre à 6-bits : complément a 2 signé

$$+ 17 = \quad 010001$$

$$+ 16 = \quad +\underline{010000}$$

$$= 100001$$

$$100001 = \quad - (11111) = -(31)_{10} \text{ au lieu de } + (33)_{10}$$

- On refait la même chose avec registre 7-bits

$$+ 17 = \quad 0 010001$$

$$+ 16 = \quad +\underline{0 010000}$$

$$= 0100001$$

$$0100001 = \quad + 33 \text{ Pas de débordement}$$

Les codes binaires

- Pour représenter l'information comme une chaîne alpha-numérique de caractères.
- ***Décimal Codé Binaire (DCB ou BCD)***
 - Utilisé pour représenter les chiffres décimaux de 0 - 9.
 - 4 bits sont utilisées.
 - A chaque position est associée un poids
 - Les poids sont: 8, 4, 2, et 1 à partir du plus significatif au moins significatif (appelé code 8-4-2-1).

Les codes binaires

– DCB Codes:

0 → 0000 1 → 0001 2 → 0010

3 → 0011 4 → 0100 5 → 0101

6 → 0110 7 → 0111 8 → 1000

9 → 1001

– Utilisée pour coder les nombres en sortie pour affichage

– *Exemple*: $(9750)_{10} = (1001011101010000)_{BCD}$

Les codes binaires : ASCII

- *ASCII* (American Standard Code for Information Interchange) (voir table 1.7 du livre)
 - Code le plus utilisé pour représenter le codage caractères
 - *Exemple*: représentation en code du mot

'Digital'

<u>Caractère</u>	<u>Code binaire</u>	<u>code Hexadécimal</u>
D	1000100	44
i	1101001	69
g	1100111	67
i	1101001	69
t	1110100	74
a	1100001	61
l	1101100	6C

Exercices pratiques

Exemples: Complément à 2' Signés

	Bit-signe	
$(9)_{10}$	0	1001
$+(6)_{10}$	0	0110
	0	1111
$(9)_{10}$	0	1001
$-(6)_{10}$	1	1010
	0	0011
$(6)_{10}$	0	0110
$-(9)_{10}$	1	0111
	1	1101

Exemples: Complément à 1' Signés

	Bit-signe	
$(9)_{10}$	0	1001
$+(6)_{10}$	0	0110
	0	1111
$(9)_{10}$	0	1001
$-(6)_{10}$	1	1001
<i>1</i>	0	<i>0010 = (0010) + (0001) = (0011)</i>
$(6)_{10}$	0	0110
$-(9)_{10}$	1	<i>0110</i>
	1	<i>1 1 0 0</i>

Exercices

Question 1-

(a) Convertir le nombre binaire suivant en (i) Octal, (ii) Décimal, (iii) hexadécimal

10101101.10110

(b) Convertir $A = 16.25$ et $B = 8.25$ en binaire utiliser 7 bits pour représenter la partie entière et 3 bits pour représenter la partie fractionnaire ensuite effectuer les opérations suivantes

I) $C = A + B$

ii) $D = A - B$

iii) $E = A \times B$

vi) $F = A \div B$

Note: calculer C et D

(a) en utilisant le binaire non-signés
et sans compléments

(b) en utilisant le complément à 2 signé

(c) Convertir le nombre suivant en (i) Décimal, (ii) Octal, (iii) binaire

(FD8.C2B)₁₆

Exercices

Solutions

10101101.10110

i) Octal → (010 101 101.101 100)
(2 5 5 . 5 4)₈

iii) Hexa → (1010 1101.1011 0000)₂
(A D . B 0)₁₆

ii) Décimal

$$\begin{aligned} (10101101.10110)_2 &= 1 \times 2^7 + 0 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \\ &\quad \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4} + 0 \times 2^{-5} \\ &= (173.6875)_{10} \end{aligned}$$

Conversion de la partie entière

- Conversion de $(16)_{10}$.

$$\begin{array}{rcl} 16 / 2 & = & 8 \quad \text{reste } 0 \\ 8 / 2 & = & 4 \quad \text{reste } 0 \\ 4 / 2 & = & 2 \quad \text{reste } 0 \\ 2 / 2 & = & 1 \quad \text{reste } 0 \\ 1 / 2 & = & 0 \quad \text{reste } 1 \end{array}$$



- Alors $(16)_{10} = (10000)_2$

Conversion de la partie Fractionnaire

–Conversion de: $(0.25)_{10}$

$$\begin{array}{l} 0.25 \times 2 = 0.50 \\ 0.50 \times 2 = 1.00 \end{array} \downarrow$$

• Donc, $(.25)_{10} = (.01)_2$

et $(16.25)_{10} = (10000.01)_2$

En procède de la même manière pour $B = 8.25$ ce qui donne

$$(8.25)_{10} = (1000.01)_2$$

→ Représentation sur 7 bits et 3 bits

$$\mathbf{A = (16.25)_{10} = (0010000.010)}$$

$$\mathbf{B = (8.25)_{10} = (0001000.010)}$$

Exemples: Binaire Non Signé

A 0010000.010

+ B 0001000.010

0011000.100

A 0010000.010

- B 0001000.010

0001000.000

Complément à 2' Signés

$$\begin{array}{r} A \quad \quad 0 \ 010000.010 \\ + B \quad \quad 0 \ 001000.010 \\ \hline \quad \quad \quad 0 \ 011000.100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} A \quad \quad 0 \ 010000.010 \\ + (-B) \quad 1 \ 110111.110 \\ \hline \quad \quad \quad 0 \ 001000.000 \end{array}$$

Multiplication

A 0 010000.010

x B 0 001000.010

0000000000

0010000010

0000000000

0000000000

0000000000

0000000000

0010000010

1000110.000100

Division

A ÷ B

Dividende		
10000 .010		1000 .010
1000 010		1.1..
01000 0000		Quotient
1000010		

Question 1: (20 points)

Convertir $A = (00010010.0101)_{DCB}$ and $B = (2.25)_{10}$ en binaire en utilisant 8 bits pour la partie entière et 3 pour la partie fractionnaire, y compris le bit du signe. Effectuer les opérations suivantes

- (i) $C = -A - B$ avec le complément à 2 signé
- (ii) $D = -A + B$ avec le complément à 1 signé
- (iii) $E = A - B$ avec le complément à 9.

$$A = (12.50)_{10} \quad B = (2.25)_{10}$$

Faire: $(12.50)_{10} - (2.25)_{10}$ en complément à 9

----complément à 9 de (2.25)

Première étape est de représenter les A et B sur le même nombre de positions ensuite faire le complément à 9 de (02.25)

$$[02.25]_9 = (10^4 - 1)_{10} - (02.25)_{10} = (99.99 - 02.25)_{10} = (97.74)_{10}$$

$$E = A - B = A + [B]_9 =$$

$$\begin{array}{r}
 12.50 \\
 + \quad 97.74 \\
 \hline
 \text{(retenue) } 1 \quad 10.24 \\
 \quad \quad \quad + 1 \\
 \hline
 10.25
 \end{array}$$